

ОЦЕНКИ УСКОРЕНИЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ ГИБРИДНЫМИ РЕКОНФИГУРИРУЕМЫМИ СИСТЕМАМИ

С.А. Степаненко

Российский федеральный ядерный центр Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики

АННОТАЦИЯ

Исследуются ускорения вычислений, которые могут быть достигнуты для заданного вычислительного процесса в результате реконфигурации структуры гибридной системы, содержащей фиксированное количество процессоров и ускорителей.

ВВЕДЕНИЕ

В [1] получены оценки ускорения вычислений гибридными системами, содержащими универсальные процессоры (MIMD-компонента) и арифметические ускорители (SIMD-компонента), по сравнению с однородными системами из универсальных процессоров.

Длительности вычислений зависят от количества ядер универсального процессора и количества ускорителей, задействованных для выполнения вычислительного процесса, а также от определенных первичных параметров выполняемого процесса.

Показаны зависимости коэффициентов ускорения вычислений гибридными системами от состава MIMD и SIMD компонент и первичных параметров вычислительного процесса.

Сформулированы условия, при выполнении которых в составе гибридного вычислителя, выполняющего определенный вычислительный процесс, целесообразно наращивание количества процессоров – MIMD компонента, либо количества ускорителей – SIMD компонента. При этом в составе гибридной системы, содержащей фиксированное изначально заданное количество процессорных ядер и ускорителей, остается незадействованной часть элементов, которые могут быть использованы для выполнения других процессов.

В этой работе исследуются коэффициенты ускорения, которые могут быть достигнуты для заданного вычислительного процесса в результате реконфигурации структуры гибридной системы, содержащей фиксированное количество процессоров и ускорителей.

Реконфигурация состоит в изменении количества процессоров и количества взаимодействующих с ними ускорителей в рамках имеющихся в системе.

Общие аспекты теории реконфигурируемых вычислителей изложены в [2, 3]. В их основе – декомпозиция вычислительного процесса на функциональные фрагменты, исполняемые специализированными устройствами, которые объединяются в определенные конфигурации, изменяемые динамически либо статически. Поиск и оптимизация декомпозиции, включая построение ее отображения на исполняющую конфигурацию, в общем случае является весьма сложной задачей, требующей полиномиального нелинейного от размера задачи количества операций [3].

В отличие от [2, 3], реконфигурируемые системы, исследуемые в этой работе, содержат лишь две компоненты – *MIMD компоненту* – совокупность ядер универсального процессора, и *SIMD компоненту* – совокупность арифметических ускорителей. Ограничение типов компонент этими двумя вычислительными структурами позволяет существенно упростить алгоритм декомпозиции и реконфигурации. В частности, он сводится к коммутируемому (аппаратно или программно) соединению процессорных ядер и ускорителей, реализуемого на основе значений первичных параметров вычислительного процесса введенных в [1].

Эта работа развивает и дополняет [1, 4]. В ней получены оценки ускорения, которое может быть достигнуто реконфигурируемой гибридной вычислительной системой, содержащей фиксированное количество процессорных ядер и ускорителей, и средства коммутации,

позволяющие варьировать соединениями ядер и ускорителей. Сформулированы критерии достижения максимального ускорения при заданных значениях первичных параметров вычислительного процесса.

Создаваемые гибридные вычислительные системы [5] содержат сотни процессоров и десятки тысяч ускорителей, и в перспективе эти количества возрастут. Актуальность этой работы обусловлена необходимостью достижения наибольшей производительности и полного задействования ресурсов.

В первом разделе приведены основные определения и соотношения, используемые в этой работе.

Во втором разделе оцениваются значения ускорения, достигаемые применением средств реконфигурации, и формулируются требования к вычислительным процессам, позволяющие их достигнуть.

В третьем разделе приведены иллюстрации полученных соотношений и примеры реализации реконфигурируемых гибридных систем.

В Заключении дана сводка результатов.

В Приложении А приведен вывод соотношения, которому должны удовлетворять количества ядер и ускорителей.

1 ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ. ОЦЕНКИ ДЛИТЕЛЬНОСТЕЙ ВЫЧИСЛЕНИЙ.

Для удобства восприятия приведем согласно [1] основные определения и обозначения, используемые далее в работе.

1.1 Структура гибридного вычислителя

Гибридный вычислитель содержит q универсальных процессоров, реализующих MIMD вычисления, и r арифметических ускорителей; каждый ускоритель выполняет SIMD вычисления. Структура гибридного вычислителя показана на рисунке 1.

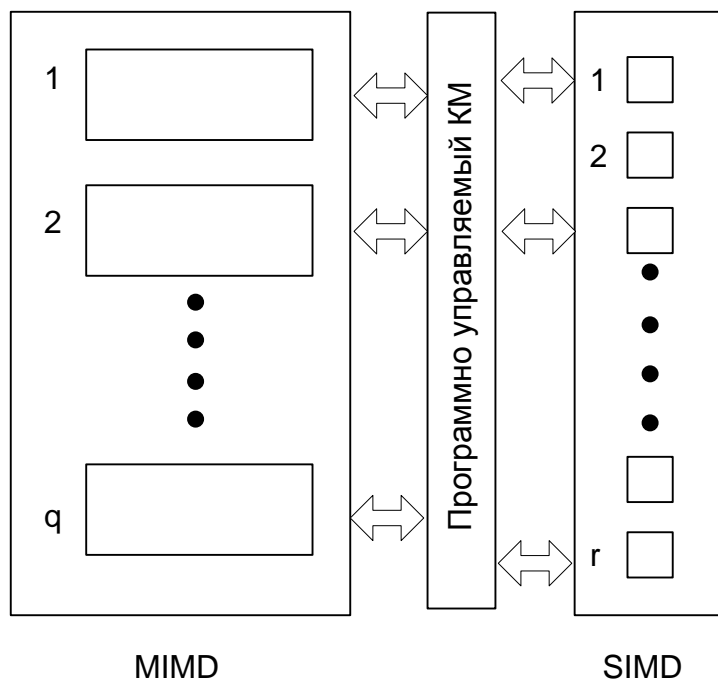


Рисунок 1 – Структура реконфигурируемого вычислителя

Универсальные процессоры (точнее – ядра универсальных процессоров) образуют MIMD компоненту¹. В качестве MIMD компоненты могут применяться вычислительные модули, содержащие универсальные одноядерные или многоядерные процессоры, SMP системы или MPP системы [6].

Примерами SIMD компонент являются арифметические ускорители фирм NVIDIA и AMD, процессоры Cell, ClearSpeed и т.п.[5, 7]. Их общей чертой является наличие большого количества «простых» арифметических устройств, имеющих в совокупности существенно большую по сравнению с универсальным процессором производительность, достигаемую на специфичных фрагментах программ.

Программно-управляемый коммутатор позволяет соединять любые подмножества процессоров с любыми подмножествами ускорителей. Примером коммутатора является коммутатор PEX 8696, используемый фирмой Dell для реализации гибридных серверных блоков и позволяющий подключать и коммутировать 1, 2, 4, 8 и 16 ускорителей с несколькими (до восьми) вычислительными модулями [7].

¹ Если универсальный процессор содержит одно ядро, то называем его процессором, если в процессоре несколько ядер и задействуется их определённое количество, то ядра и процессоры различаем

1.2 Первичные параметры вычислительного процесса и длительности вычислений

Пусть решение задачи одним универсальным процессором требует интервал длительностью T_1 .

Полагаем, что процесс решения этой же задачи гибридным вычислителем, содержащим один процессор и один ускоритель, занимает интервал длительностью

$$T_{1,1} = T_M + T_S,$$

где

$T_M = T_1\varphi$ - длительность вычислений, выполняемых процессором; $0 \leq \varphi \leq 1$ - доля вычислительного процесса, выполняемого универсальным процессором (доля MIMD фрагмента).

$$T_S = (1 - \varphi) \frac{T_1}{\rho} - \text{длительность вычислений, выполняемых ускорителем, } \rho > 1 -$$

коэффициент ускорения по сравнению с универсальным процессором, достигаемый применением ускорителя (на SIMD фрагменте).

Гибридный вычислитель из одного процессора и одного ядра называем *элементарным вычислителем*, а выполняемый им процесс – *элементарным процессом*.

В [1] получены оценки длительностей вычислений с указанными выше параметрами для режимов умножения и деления при различных MIMD и SIMD компонентах. Эти оценки указаны в таблице 1.

Значения параметров ρ и φ измеряются на элементарном вычислителе, содержащим одно ядро и один ускоритель. Они называются первичными параметрами.

Уточним, что здесь рассматриваются, согласно [1], «идеальные» варианты, обозначаемые символами «*», подразумевающие, что ускорение, достигаемое MIMD и SIMD компонентами, равно соответственно количеству процессоров и количеству ускорителей. Отличия от «идеального» ускорения может быть учтено соответствующими коэффициентами (как это приведено в [1]), которые для ясности изложения здесь опущены.

Таблица 1 - Оценки длительности вычислений

Режим умножения	Режим деления	Состав вычислителя
$\tilde{T}_{q,1}^* = T_1\varphi + T_1(1-\varphi) \frac{q}{\rho}$	$\hat{T}_{q,1}^* = T_1 \frac{\varphi}{q} + T_1(1-\varphi) \frac{1}{\rho}$	q ядер, 1 ускоритель
$\tilde{T}_{1,r}^* = T_1\varphi r + T_1(1-\varphi) \frac{1}{\rho}$	$\hat{T}_{1,r}^* = T_1\varphi + T_1(1-\varphi) \frac{1}{r\rho}$	1 ядро, r ускорителей
$\tilde{T}_{q,r}^* = T_1\varphi\mu + T_1(1-\varphi) \frac{\mu}{\rho}$	$\hat{T}_{q,r}^* = T_1 \frac{\varphi}{\mu} + T_1(1-\varphi) \frac{1}{\rho}$	q ядер, r ускорителей $q = \frac{r}{\mu}, \mu > 1$

Полученные для режимов умножения и деления коэффициенты ускорения вычислений приведены в таблице 2.

Таблица 2 - Значения коэффициентов ускорения

Режим умножения	Режим деления	Состав вычислителя
$\tilde{K}_{q,1} = \frac{q}{\varphi + (1-\varphi)\frac{q}{\rho}}$ $\tilde{K}_{q,1} = \frac{\rho}{1-\varphi}, \text{ при } q \rightarrow \infty$ $\tilde{K}_{q,1} > q, \text{ при } q < \rho$	$\hat{K}_{q,1} = \frac{q}{\varphi + (1-\varphi)\frac{q}{\rho}}$ $\hat{K}_{q,1} = \frac{\rho}{1-\varphi}, \text{ при } q \rightarrow \infty$ $\hat{K}_{q,1} > q, \text{ при } q < \rho$	q ядер, 1 ускоритель
$\tilde{K}_{1,r} = \frac{r}{\varphi r + \frac{1-\varphi}{\rho}}$ $\tilde{K}_{1,r} = \frac{1}{\varphi}, \text{ при } r \rightarrow \infty$ $\tilde{K}_{r,1} \geq r, \text{ при } \rho > \frac{1-\varphi}{1-\varphi r}$	$\hat{K}_{1,r} = \frac{r}{\varphi r + \frac{1-\varphi}{\rho}}$ $\hat{K}_{1,r} = \frac{1}{\varphi}, \text{ при } r \rightarrow \infty$ $\hat{K}_{r,1} \geq r, \text{ при } \rho > \frac{1-\varphi}{1-\varphi r}$	1 ядро, r ускорителей
$\tilde{K}_{q,q} = \frac{q}{\varphi + \frac{1-\varphi}{\rho}}$	$\hat{K}_{q,q} = \frac{q}{\varphi + \frac{1-\varphi}{\rho}}$	q ядер, q ускорителей
$\tilde{K}_{q,1} > \tilde{K}_{1,r}$ при $\rho > \frac{1-\varphi}{\varphi}$	$\hat{K}_{q,1} > \hat{K}_{1,r}$ при $\rho > \frac{1-\varphi}{\varphi}$	$q=r$

Отметим идентичность этих коэффициентов для различных режимов при одинаковом количественном и качественном составе вычислителей. Для обоих режимов целесообразно увеличивать количество ядер, если $\rho > \frac{1-\varphi}{\varphi}$.

2 ЭФФЕКТ РЕКОНФИГУРАЦИИ

2.1 Оценки ускорения вычислений реконфигурируемыми гибридными средами

Пусть имеется вычислительная среда $S_{q,q}$, содержащая q ядер и q ускорителей.

В [1] установлено, что вычислительный процесс с первичными параметрами φ и ρ может быть выполнен этой системой в режиме умножения в течение интервала:

$$\tilde{T}_{q,1} = T_1\varphi + T_1(1-\varphi)\frac{q}{\rho}, \text{ если задействованы } q \text{ ядер и } 1 \text{ ускоритель,}$$

либо

$$\tilde{T}_{1,q} = T_1\varphi \cdot q + T_1(1-\varphi)\frac{1}{\rho}, \text{ если задействованы } 1 \text{ ядро и } q \text{ ускорителей,}$$

либо

$$\tilde{T}_{q,q} = T_{1,1} = T_1\varphi + T_1(1-\varphi)\frac{1}{\rho}, \text{ если задействованы } q \text{ ядер и } q \text{ ускорителей.}$$

Соответствующие коэффициенты ускорения вычислений по сравнению с одним ядром имеют вид:

$$K_{q,1} = \frac{q}{\varphi + (1-\varphi) \frac{q}{\rho}};$$

$$K_{1,q} = \frac{q}{\varphi \cdot q + (1-\varphi) \frac{1}{\rho}};$$

$$K_{q,q} = \frac{q}{\varphi + \frac{1-\varphi}{\rho}}.$$

Наиболее «быстро» растущим является $K_{q,q}$, когда одновременно задействованы q ядер и q ускорителей; этот вариант назовем *линейным*. Однако в первых двух вариантах остаются свободными и могут быть задействованы для решения других задач 1 ядро и $(q-1)$ ускорителей в первом варианте и $(q-1)$ ядер и 1 ускоритель во втором.

Оценим возможности одновременного полного задействования оборудования для этих вариантов и достижения большего по сравнению с $K_{q,q}$ ускорения вычислений, тем самым оценим целесообразность применения средств реконфигурации.

Пусть гибридная система состоит из q ядер и q ускорителей. Полагаем, что эта система задействует $(q-1)$ ядро и 1 ускоритель и выполняет в режиме умножения вычислительный процесс с параметрами ρ и φ .

Для его выполнения этой системе понадобится интервал длительностью:

$$T_{(q-1),1} = T_1 \left(\varphi + \frac{(1-\varphi)}{\rho} (q-1) \right).$$

В системе остаются незадействованными 1 ядро и $(q-1)$ ускоритель, которые могут быть использованы для выполнения другого процесса в течение интервала длительностью:

$$T_{1,(q-1)} = T_1^* \left(\varphi^* (q-1) + \frac{(1-\varphi^*)}{\rho^*} \right).$$

Предположим, что оба процесса выполняются одновременно и $T_{(q-1),1} = T_{1,(q-1)} = T_R$.

Повторим их q раз. В результате в течение интервала qT_R будет выполнено $2q(q-1)$ элементарных вычислительных процессов.

Эти же вычислительные процессы потребуют интервала $2(q-1)T_{q,q}$, если их выполнять, задействуя одновременно q ядер и q ускорителей, имеющихся в гибридной системе.

Очевидно, применение реконфигурации позволяет ускорить вычисления, если достигается:

$$qT_R < 2(q-1)T_{q,q},$$

то есть

$$qT_1 \left(\varphi + \frac{1-\varphi}{\rho} (q-1) \right) < 2(q-1)T_1 \left(\varphi + \frac{1-\varphi}{\rho} \right).$$

Из приведенных в Приложении А выкладок следует, что последнее выполняется, если

$$q < 1 + \frac{\varphi\rho}{1-\varphi}, \quad (1)$$

Значение ускорения, достигаемое применением реконфигурации, можно оценить отношением:

$$K_R = \frac{2(q-1)T_{q,q}}{qT_R} = \frac{2(q-1)T_1 \left(\varphi + \frac{1-\varphi}{\rho} \right)}{qT_1 \left(\varphi + \frac{1-\varphi}{\rho} (q-1) \right)} = 2 \left(1 - \frac{1}{q} \right) C, \quad (2)$$

где

$$C = \frac{\varphi + \frac{1-\varphi}{\rho}}{\varphi + \frac{1-\varphi}{\rho} (q-1)} < 1.$$

Таким образом, для заданного q , удовлетворяющего условию (1), ускорение, достигаемое рассматриваемой реконfigurацией, не превосходит 2 по отношению к $K_{q,q}$, т.е. когда в системе полностью задействованы все ядра и все ускорители.

По сравнению с одним ядром универсального процессора ускорение, достигаемое реконfigurируемой системой, составляет:

$$R_{q,q} = K_{q,q} \cdot K_R;$$

Подставляя $K_{q,q}$ и K_R , находим:

$$R_{q,q} = 2 \frac{q-1}{\varphi + \frac{1-\varphi}{\rho} (q-1)}.$$

Тем самым подтверждается возможность линейного «почти» двукратного роста ускорения по сравнению с нереконfigurируемыми структурами.

2.2 Критерии обратимости

Условием возможности задействования рассматриваемого механизма реконfigurации является выполнение равенства:

$$T_{(q-1),1} = T_{1,(q-1)}.$$

Процесс, исполняемый $(q-1)$ ядрами и одним ускорителем, назовем *прямым*, длительность его исполнения $T_{(q-1),1}$. Процесс, исполняемый одним ядром и $(q-1)$ ускорителями – *обратный*, его длительность $T_{1,(q-1)}$.

Подставляя выражения $T_{(q-1),1}$ и $T_{1,(q-1)}$, имеем:

$$T_1 \left(\varphi_1 + \frac{1-\varphi_1}{\rho_1} (q-1) \right) = T_1' \left(\varphi_2 (q-1) + \frac{1-\varphi_2}{\rho_2} \right).$$

В общем случае это равенство выполняется для разных T_1 и T_1' , φ_1 и φ_2 , ρ_1 и ρ_2 .

Если предположить, что $T_1 = T_1'$, т. е. оба процесса выполняются одним ядром в течение одного интервала, то находим:

$$\left(\varphi_1 + \frac{1-\varphi_1}{\rho_1} (q-1) \right) = \left(\varphi_2 (q-1) + \frac{1-\varphi_2}{\rho_2} \right), \quad (3)$$

откуда следует, в частности, условия обратимости процессов:

$$\varphi_2 = \frac{1-\varphi_1}{\rho_1}, \quad (4)$$

или

$$\varphi_1 = \frac{1-\varphi_2}{\rho_2}. \quad (5)$$

Если заданы значения параметров прямого процесса φ_1 и ρ_1 , то из (4) находим φ_2 , а из (3) находим ρ_2 .

3 ИЛЛЮСТРАЦИИ ПРИМЕНЕНИЯ СООТНОШЕНИЙ. ПРИМЕР РЕКОНФИГУРИРУЕМОЙ ГИБРИДНОЙ СИСТЕМЫ.

Проиллюстрируем полученные соотношения.

Пусть $T_1 = 100\text{сек}$, $T_{1,1} = 21,6\text{сек}$, $T_M = 20\text{сек}$ и $T_S = 1,6\text{сек}$, тогда $\varphi_1 = 0,2$, $\rho_1 = 50$.

Поскольку $\rho_1 = 50 > \frac{1-\varphi_1}{\varphi_1} = 4$, целесообразно увеличивать количество ядер.

Значения $K_{(q-1),1}$, $K_{1,(q-1)}$ и $K_{q,q}$ для этого процесса приведены на рисунке 2. Эффект реконфигурации достигается, если:

$$q < 1 + \frac{\varphi_1 \rho_1}{1 - \varphi_1} \leq 13.$$

К

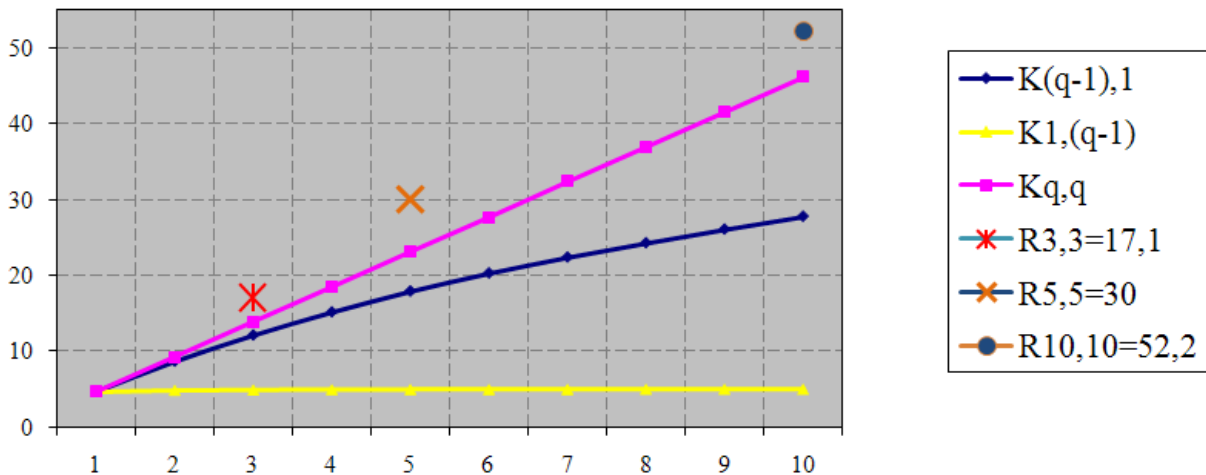


Рисунок 2

Пусть $q = 3$. Оценим длительности вычислений системой, структура которой реконфигурирована в вариант $q = 2$, $r = 1$ и $q = 1$, $r = 2$.

$$\text{Имеем } T_{2,1} = T_1 \left(0,2 + \frac{0,8}{50} \cdot 2 \right) = 23,2\text{сек} = T_{1,2}.$$

$$\text{Находим из (4) } \varphi_2 = \frac{1-\varphi_1}{\rho_1} = \frac{0,8}{50} = 0,016.$$

$$\text{Далее из (3) следует } 0,23 = \left(0,016 \cdot 2 + \frac{1-0,016}{\rho_2} \right), \text{ получаем } \rho_2 = 4,92.$$

В результате для $T_1 = 100\text{сек}$ и $q = 3$ получаем: $T_R = T_{2,1} = T_{1,2} = 23,2\text{сек}$.

Набор из трех пар задач будет решен в течение 69,6 сек.

Если задействовать линейную структуру системы, то первая задача будет решена в течение $T_{3,3} = T_1 \left(\varphi_1 + (1-\varphi_1) \frac{1}{\rho_1} \right) = 100 \cdot \left(0,2 + \frac{0,8}{50} \right) = 21,6\text{сек}$, ее надо решать дважды, потребуется $T = 43,2\text{сек}$. На вторую задачу понадобится также $T = 43,2\text{сек}$.

Итого, для выполнения одинакового количества вычислений системе с линейной структурой при $q = 3$, $r = 3$ потребуется 86,2 сек, а системе со структурой реконфигурированной в вариант $q = 2$, $r = 1$ и $q = 1$, $r = 2$ потребуется 69,6 сек.

Получаем в результате $K_R = 1,23$ для $q = 3$. Это же значение K_R следует из (2).

Аналогично для $q = 5$ получаем $K_R = 1,3$, а для $q = 10$ - $K_R = 1,13$.

Соответствующие значения $R_{q,q}$ составляют $R_{3,3} \approx 17,1$, $R_{5,5} = 30$ и $R_{10,10} = 52,2$; они также представлены на рисунке 2.

Рассмотренный механизм может быть применен в реконфигурируемых гибридных системах Dell Power Edge C410X [7], позволяющих создавать для исполняемого процесса системы, содержащие до 8 вычислительных модулей с универсальными процессорами x86 и 1, 2, 4, 8 и 16 ускорителей M2050 фирмы Nvidia. Реконфигурация осуществляется программно-управляемым коммутатором PEX 8696 фирмы PLX Technology. Подробное описание системы Dell Power Edge C410X дано в [7].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены оценки ускорения, которое может быть достигнуто реконфигурируемой гибридной вычислительной системой, содержащей фиксированное количество процессорных ядер и ускорителей, и средства коммутации, позволяющие варьировать соединениями ядер и ускорителей. Сформулированы критерии достижения максимального ускорения при заданных значениях первичных параметров вычислительного процесса.

Полученные соотношения показывают, что при выполнении определенных условий, применение реконфигурации позволяет по сравнению с нереконфигурируемыми структурами «почти» вдвое ускорить процесс вычисления гибридными системами.

Производителями вычислительных средств освоен выпуск систем, структурно идентичных исследованной в этой работе. Применение предложенных средств позволяет повысить эффективность вычислительных систем.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

[1] Степаненко С.А. Оценки ускорения вычислений гибридными системами. Пленарные доклады Пятой международной конференции <Параллельные вычисления и задачи управления> РАСО 2010 Москва 26-28 октября 2010г. М.: Учреждение Российской академии наук. Институт проблем управления им.В.А.Трапезникова РАН стр.61-71, ISBN 978-5-91450-062-4

[2] Каляев И.А., Левин И.И. Реконфигурируемые мультиконвейерные вычислительные системы для решения потоковых задач обработки информации и управления. Пленарные доклады Пятой Международной конференции «Параллельные вычисления и задачи управления» РАСО 2010. Москва, 26-28 октября, 2010 г. М.: Учреждение академии наук. Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2010 г. с. 23-38.

- [3] Bondalapati K., Prasanna V.K. Reconfigurable Computing Systems. Proc. IEEE 2002, 90, № 7, с. 1201-1217.
- [4] Степаненко С.А. «Способ определения структуры гибридной вычислительной системы». Патент Российской Федерации № 2436151 на изобретение.
- [5] Oak Ridge changes Jaguar's spots from CPUs to GPUs [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.theregister.co.uk/2011/10/11/oak_ridge_cray_nvidia_titan/
- [6] Цилькер Б.Я., С.А.Орлов. Организация ЭВМ и систем. С.-Пб., 2004г.
- [7] [Электронный ресурс]. Режим доступа:
<http://content.dell.com/us/en/gen/spredir.ashx/solutions/poweredge-c410x-thinkers>

ПРИЛОЖЕНИЕ А
Оценка значения количества ядер и количества ускорителей

Оценим условия, при которых выполняется:

$$qT_R < 2(q-1)T_{q,q}.$$

Подставляя значения T_R и $T_{q,q}$, находим:

$$qT_1 \left(\varphi + \frac{1-\varphi}{\rho} (q-1) \right) < 2(q-1)T_1 \left(\varphi + \frac{1-\varphi}{\rho} \right).$$

Далее:

$$\frac{q}{q-1} \frac{\varphi}{2} + \frac{1-\varphi}{\rho} \frac{q}{2} < \varphi + \frac{1-\varphi}{\rho},$$

$$\frac{q}{q-1} \frac{\varphi}{2} + \frac{1-\varphi}{\rho} \left(\frac{q}{2} - 1 \right) < \varphi,$$

$$\frac{1-\varphi}{\rho} \left(\frac{q}{2} - 1 \right) < \varphi - \frac{q}{q-1} \frac{\varphi}{2},$$

$$\frac{1-\varphi}{\rho} \left(\frac{q}{2} - 1 \right) < \varphi \left(1 - \frac{q}{2(q-1)} \right),$$

$$\frac{1-\varphi}{\rho} \left(\frac{q}{2} - 1 \right) < \varphi \left(\frac{2q-2-q}{2(q-1)} \right),$$

$$\frac{1-\varphi}{\rho} \left(\frac{q-2}{2} \right) < \varphi \frac{q-2}{2(q-1)}$$

$$(q-1) < \frac{\varphi\rho}{1-\varphi},$$

$$q < 1 + \frac{\varphi\rho}{1-\varphi}.$$

Итак, выполнение последнего неравенства является необходимым условием достижения ускорения в результате рассматриваемого в этой работе механизма реконфигурации.

Пусть $T_1 = 100c$, $T_{1,1} = 2,2c$, $T_M = 20c$, $\varphi_1 = 0,2$, $\rho = 50$, тогда

$$q < 1 + \frac{0,2 \cdot 40}{0,8} = 1 + \frac{0,2 \cdot 50}{0,8} = 12,5.$$

- Рассмотрим вариант $q = 3$:

$$T_{2,1} = T_1 \left(0,2 + \frac{0,8}{50} \cdot 2 \right) = 0,231 \cdot T_1 = 23,2.$$

Набор из трех пар задач будет решен в течение 69,6.

Если решать в линейном варианте, то первая задача будет решена в течение $T_{3,3} = T_1 \left(\varphi_1 + \frac{1 - \varphi_1}{\rho_1} \right) = 100 \left(0,2 + \frac{0,8}{50} \right) = 21,6c$, ее надо решать дважды $T = 43,2c$. На вторую задачу потребуется тоже 43,2с. Итого 86,2с, $K_R = 1,23$.

- Рассмотрим вариант $q = 5$:

$$T_{4,1} = T_1 \left(0,2 + \frac{0,8}{50} \cdot 4 \right) = T_1 \cdot 0,264 = 26,4.$$

Обе задачи за 26,4с, набор из 5 пар за 132 с.

Если решать в линейном варианте, то первая задача потребует 21,6с, ее понадобится повторить 4 раза, аналогично вторая. Итого 172,8, $K_R = 1,3$.

Количество порций вычислений для $T_{(q-1),1} = q \cdot 2$, 2 задачи q – раз.

В линейном варианте: 1 задача $(q-1)$ раз – q ядер; 2 задача – q раз.

- Рассмотрим вариант $q = 10$:

$$T_{9,1} = T_1 \left(0,2 + \frac{0,8}{50} \cdot 9 \right) = T_1 \cdot 0,344 = 34,4.$$

Обе задачи – за 34,4с, набор из 10 пар – за 344с.

В линейном варианте первая задача потребует 21,6, ее понадобится повторить 9 раз, потребуется 194,4с. Столько же на вторую. Итого 388,8, $K_R = 1,13$.